

# Тема урока: Умножение вектора на число. Координаты вектора.



## Умножение вектора на число

Сформулировать правило умножения вектора на число:  $k \cdot \vec{a} = \vec{b}$ ; если  $\vec{a} \neq \vec{0}$ , то  $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$ ,  $\vec{a} \uparrow \vec{b}$  при  $k \geq 0$ ;  $\vec{a} \downarrow \vec{b}$  при  $k < 0$ . Если  $\vec{a} = \vec{0}$ , то  $\vec{b} = \vec{0}$ .

### Сочетательный закон

$$(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$$



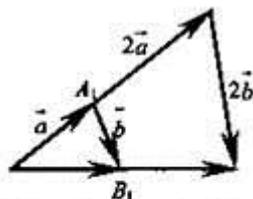
$$\vec{OA} = 3\vec{a}; \vec{OB} = 6\vec{a}$$

$$\vec{OB} = 2\vec{OA} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

$$(2 \cdot 3)\vec{a} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

### Первый распределительный закон

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$



$$\vec{OB} = 2\vec{OB}_1 = 2(\vec{a} + \vec{b})$$

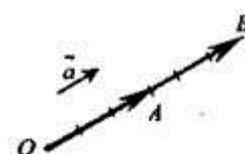
$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OB} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

### Второй распределительный закон

$$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$



$$\vec{OB} = 5\vec{a}$$

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

$$(3+2)\vec{a} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

Если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарные и  $\vec{a} \neq \vec{0}$ , то существует число  $k$ , такое, что  $\vec{b} = k\vec{a}$ .

## Закрепление изученного материала

### Задача №1

а) Упростите выражение  $2(\vec{m} + \vec{n}) - 3(4\vec{m} - \vec{n}) + \vec{m}$ .

Решение:  $2(\vec{m} + \vec{n}) - 3(4\vec{m} - \vec{n}) + \vec{m} = 2\vec{m} + 2\vec{n} - 12\vec{m} + 3\vec{n} + \vec{m} = -9\vec{m} + 5\vec{n}$ .

### Задача №2

Дан параллелепипед ABCDA1B1C1D1. (рис. 5).

Докажите, что  $\overline{AC_1} + \overline{B_1D} = 2\overline{BC}$ .

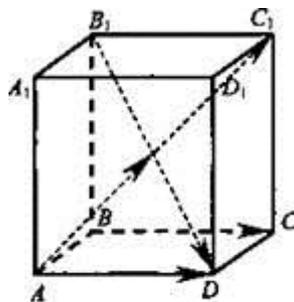


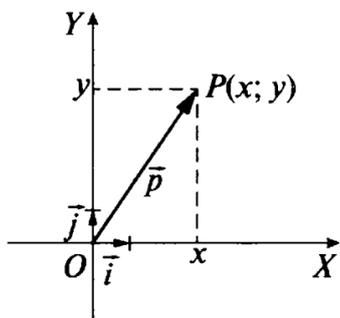
Рис. 5

Решение: Из рисунка видно, что  $\overline{AC_1} + \overline{B_1D} = 2\overline{AO} + 2\overline{OD} = 2(\overline{AO} + \overline{OD}) = 2\overline{AD} = 2\overline{BC}$ .



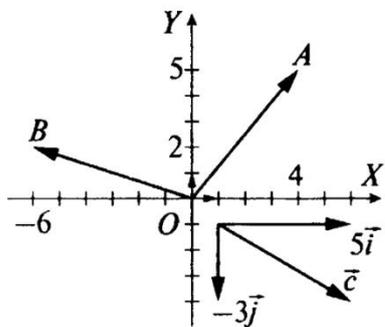
### Координаты вектора.

1. Повторим прямоугольную систему координат: оси координат, начало координат, единичный отрезок.



2. Рассмотрим прямоугольную систему координат. Отложим от начала координат  $O$  единичные векторы (т.е. векторы, длины которых равны единице)  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  так, чтобы направление вектора  $\vec{i}$  совпало с направлением оси  $Ox$ , а направление вектора  $\vec{j}$  – с направлением оси  $Oy$ .

Векторы  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  назовем **координатными векторами**.



Координатные векторы неколлинеарны, поэтому любой вектор  $\vec{p}$  можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде  $\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j}$ , причём коэффициенты разложения (числа  $x$  и  $y$ ) определяются единственным образом. Коэффициенты разложения вектора  $\vec{p}$  по координатным векторам называются **координатами вектора**  $\vec{p}$  в

данной системе координат. Координатные векторы будем записывать в фигурных скобках после обозначения вектора:  $\vec{p} \{x; y\}$ .

$$\overline{OA} = 4\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \overline{OA} \{4; 5\}$$

$$\overline{OB} = -6\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overline{OB} \{-6; 2\}$$

$$\vec{c} = 5\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \vec{c} \{5; -3\}$$

1. Нулевой вектор можно представить в виде

$$\vec{0} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j}; \text{ его координаты равны нулю: } \vec{0} \{0; 0\}.$$

1. Координаты равных векторов соответственно равны.

Если  $\vec{a} = \vec{b}$  и  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ ,  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ , то  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$

1. Рассмотрим правила, позволяющие по координатам векторов находить координаты их суммы, разности и произведения вектора на число (доказательства указанных правил учащиеся могут рассмотреть самостоятельно).

$\vec{a} (x_1; y_1)$  и  $\vec{b} (x_2; y_2)$  – данные векторы

1.  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}; \vec{c} \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$

2.  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}; \vec{d} \{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$

3.  $\vec{e} = k\vec{a}$ ,  $k$  – произвольное число  $\vec{e} = \{kx_1; ky_1\}$

### ***Задача №1.***

Дано: векторы  $\vec{a} \{2; -3\}$  и  $\vec{b} \{-1; 5\}$ .

Найдите координаты векторов: а)  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$ ; б)  $\vec{n} = 4\vec{a}$ ; в)  $\vec{k} = -\vec{b}$ ;

г)  $\vec{p} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ .

*Решение.*

Используя утверждения о координатах суммы векторов и произведения вектора на число, получаем:

а)  $\vec{m} \{2 + (-1); -3 + 5\}$ , тогда  $\vec{m} \{1; 2\}$

б)  $\vec{n} \{4 * 2; 4 * (-3)\}$ , тогда  $\vec{n} \{8; -12\}$

в)  $\vec{k} \{-(-1); -5\}$ , тогда  $\vec{k} \{1; 5\}$

г) обозначим через  $x_1$  и  $y_1$  абсциссу и ординату вектора  $\vec{a}$ , через  $x_2$  и  $y_2$  - абсциссу и ординату вектора  $\vec{b}$ , буквами  $x$  и  $y$  - абсциссу и ординату вектора  $\vec{p}$ . Тогда  $x = 4x_1 - 3x_2 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 11$ ;  $y = 4y_1 - 3y_2 = 4 \cdot (-3) - 3 \cdot 5 = -27$ , тогда  $\vec{p} \{11; -27\}$ .



Ответ: а)  $\vec{m} \{1; 2\}$ ; б)  $\vec{n} \{8; -12\}$ ; в)  $\vec{k} \{1; 5\}$ ; г)  $\vec{p} \{11; -27\}$ .

**Домашнее задание.**



1. Справедливо ли утверждение:

- а) любые два противоположно направленных вектора коллинеарные;
- б) любые два коллинеарных вектора сонаправлены;
- в) любые два равных вектора коллинеарные;
- г) любые два сонаправленных вектора равны;
- д) если  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ ,  $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$ ,  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$ .



- 2. Какие векторы называются координатными?
- 3. Чему равны координаты вектора, если вектор можно разложить по координатным векторам?
- 4. Что вы можете сказать о координатах равных векторов?
- 5. Как найти координаты суммы двух векторов?
- 6. Как найти координаты разности векторов?
- 7. Как найти координаты произведения вектора на число?

### ***Задача №1.***

Выпишите координаты векторов

$$\vec{a} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

$$\vec{b} = -\frac{1}{2} \vec{i} + 2 \vec{j}$$

$$\vec{c} = 8 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

$$\vec{d} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{e} = -2 \vec{j} = 0 \vec{i} - 2 \vec{j}$$