

Тема урока: Умножение вектора на число. Координаты вектора.



Умножение вектора на число

Сформулировать правило умножения вектора на число: $k \cdot \vec{a} = \vec{b}$; если $\vec{a} \neq \vec{0}$, то $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$, $\vec{a} \uparrow \vec{b}$ при $k \geq 0$; $\vec{a} \downarrow \vec{b}$ при $k < 0$. Если $\vec{a} = \vec{0}$, то $\vec{b} = \vec{0}$.

Сочетательный закон

$$(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$$



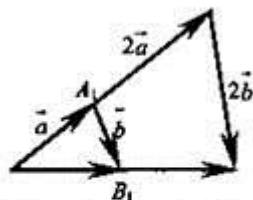
$$\vec{OA} = 3\vec{a}; \vec{OB} = 6\vec{a}$$

$$\vec{OB} = 2\vec{OA} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

$$(2 \cdot 3)\vec{a} = 2 \cdot (3\vec{a})$$

Первый распределительный закон

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$



$$\vec{OB} = 2\vec{OB}_1 = 2(\vec{a} + \vec{b})$$

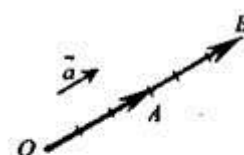
$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OB} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

Второй распределительный закон

$$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$



$$\vec{OB} = 5\vec{a}$$

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

$$(3+2)\vec{a} = 3\vec{a} + 2\vec{a}$$

Если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарные и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует число k , такое, что $\vec{b} = k\vec{a}$.

Закрепление изученного материала

Задача №1

а) Упростите выражение $2(\vec{m} + \vec{n}) - 3(4\vec{m} - \vec{n}) + \vec{m}$.

Решение: $2(\vec{m} + \vec{n}) - 3(4\vec{m} - \vec{n}) + \vec{m} = 2\vec{m} + 2\vec{n} - 12\vec{m} + 3\vec{n} + \vec{m} = -9\vec{m} + 5\vec{n}$.

Задача №2

Дан параллелепипед ABCDA1B1C1D1. (рис. 5).

Докажите, что $\overline{AC_1} + \overline{B_1D} = 2\overline{BC}$.

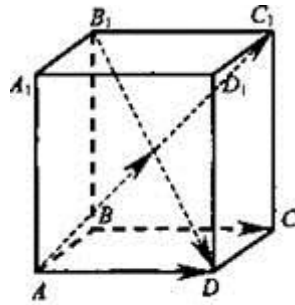


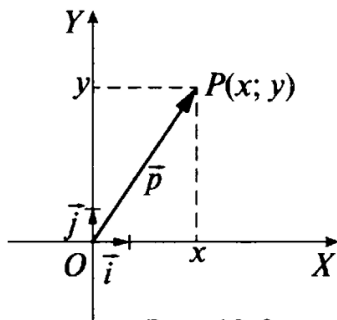
Рис. 5

Решение: Из рисунка видно, что $\overline{AC_1} + \overline{B_1D} = 2\overline{AO} + 2\overline{OD} = 2(\overline{AO} + \overline{OD}) = 2\overline{AD} = 2\overline{BC}$.

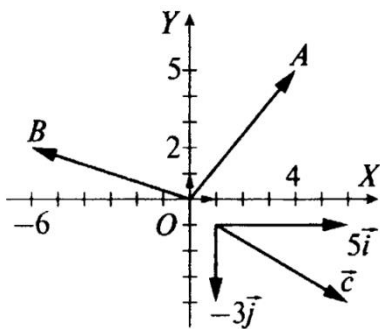


Координаты вектора.

1. Повторим прямоугольную систему координат: оси координат, начало координат, единичный отрезок.



2. Рассмотрим прямоугольную систему координат. Отложим от начала координат O единичные векторы (т.е. векторы, длины которых равны единице) \vec{i} и \vec{j} так, чтобы направление вектора \vec{i} совпало с направлением оси Ox , а направление вектора \vec{j} – с направлением оси Oy . Векторы \vec{i} и \vec{j} назовем **координатными векторами**.



Координатные векторы неколлинеарны, поэтому любой вектор \vec{p} можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде $\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j}$, причём коэффициенты разложения (числа x и y) определяются единственным образом. Коэффициенты разложения вектора \vec{p} по координатным векторам называются **координатами вектора \vec{p}** в

данной системе координат. Координатные векторы будем записывать в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{p} \{x; y\}$.

$$\overline{OA} = 4\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \overline{OA} \{4; 5\}$$

$$\overline{OB} = -6\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overline{OB} \{-6; 2\}$$

$$\vec{c} = 5\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \vec{c} \{5; -3\}$$

1. Нулевой вектор можно представить в виде

$$\vec{0} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j}; \text{ его координаты равны нулю: } \vec{0} (0; 0).$$

1. Координаты равных векторов соответственно равны.

Если $\vec{a} = \vec{b}$ и $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$, $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$, то $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$

1. Рассмотрим правила, позволяющие по координатам векторов находить координаты их суммы, разности и произведения вектора на число (доказательства указанных правил учащиеся могут рассмотреть самостоятельно).

$\vec{a} (x_1; y_1)$ и $\vec{b} (x_2; y_2)$ – данные векторы

1. $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$

2. $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$; $\vec{d} \{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$

3. $\vec{e} = k\vec{a}$, k – произвольное число $\vec{e} = \{kx_1; ky_1\}$

Задача №1.

Дано: векторы $\vec{a} \{2; -3\}$ и $\vec{b} \{-1; 5\}$.

Найдите координаты векторов: а) $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{n} = 4\vec{a}$; в) $\vec{k} = -\vec{b}$;

г) $\vec{p} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$.

Решение.

Используя утверждения о координатах суммы векторов и произведения вектора на число, получаем:

а) $\vec{m} \{2 + (-1); -3 + 5\}$, тогда $\vec{m} \{1; 2\}$

б) $\vec{n} \{4 * 2; 4 * (-3)\}$, тогда $\vec{n} \{8; -12\}$

в) $\vec{k} \{-(-1); -5\}$, тогда $\vec{k} \{1; 5\}$

г) обозначим через x_1 и y_1 абсциссу и ординату вектора \vec{a} , через x_2 и y_2 - абсциссу и ординату вектора \vec{b} , буквами x и y - абсциссу и ординату вектора \vec{p} . Тогда $x = 4x_1 - 3x_2 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 11$; $y = 4y_1 - 3y_2 = 4 \cdot (-3) - 3 \cdot 5 = -27$, тогда $\vec{p} \{11; -27\}$.



Ответ: а) $\vec{m} \{1; 2\}$; б) $\vec{n} \{8; -12\}$; в) $\vec{k} \{1; 5\}$; г) $\vec{p} \{11; -27\}$.

Домашнее задание.



1. Справедливо ли утверждение:

- а) любые два противоположно направленных вектора коллинеарные;
- б) любые два коллинеарных вектора сонаправлены;
- в) любые два равных вектора коллинеарные;
- г) любые два сонаправленных вектора равны;
- д) если $\vec{a} \uparrow \vec{b}, \vec{b} \uparrow \vec{c}, \vec{a} \uparrow \vec{c}$.



- 2. Какие векторы называются координатными?
- 3. Чему равны координаты вектора, если вектор можно разложить по координатным векторам?
- 4. Что вы можете сказать о координатах равных векторов?
- 5. Как найти координаты суммы двух векторов?
- 6. Как найти координаты разности векторов?
- 7. Как найти координаты произведения вектора на число?

Задача №1.

Выпишите координаты векторов

$$\vec{a} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

$$\vec{b} = -\frac{1}{2} \vec{i} + 2 \vec{j}$$

$$\vec{c} = 8 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

$$\vec{d} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{e} = -2 \vec{j} = 0 \vec{i} - 2 \vec{j}$$